

Repetitorium Mathematik

Terme und Gleichungen



Terme

- ▶ Distributivgesetz

$$a (b + c) = ab + ac$$

$$ab + ac = a (b + c)$$

- ▶ Speziell:

– vor der Klammer

$$-(a+b-c-d+e) = -a-b+c+d-e$$

–1 ausklammern

$$a+b-c-d+e = -(-a-b+c+d-e)$$

- ▶ Klammerregeln

$$(a+b) \cdot (c+d) = ac + ad + bc + bd$$

- ▶ Terme vereinfachen

Termumformungen nach den Rechengesetzen (KG, AG, DG, Klammerregeln) liefern äquivalente Terme

Faktorisieren

- ▶ Ausklammern

$$2x^2 + 6x = 2x(x+3)$$

- ▶ Binomische Formeln

- ▶ Mehrfaches Ausklammern

$$12ax - 18bx + 10ab - 15b^2 =$$

$$6x(2a - 3b) + 5b(2a - 3b) = (2a - 3b)(6x + 5b)$$

Binomische Formeln

- ▶ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ▶ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ▶ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Beispiele:

- ▶ $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- ▶ $(0,5x - 2)^2 = 0,25x^2 - 2x + 4$
- ▶ $(0,5x + 5)(0,5x - 5) = 0,25x^2 - 25$
- ▶ $(0,3a - 0,2b)^2 = 0,09a^2 + 0,04b^2 - 0,12ab$
- ▶ $-4a^2 + 9b^2 = (3b - 2a)(3b + 2a)$

Binomische Formel – ja oder nein?

- ▶ $(x + 11)^2 = x^2 + 22x + 121$ ja
- ▶ $(0,5x - 2)^2 = 0,25x^2 - x + 4$ nein
- ▶ $(0,5x - 5)(0,5x + 5) = 0,25x^2 - 25$ ja
- ▶ $0,25x^2 + 2x - 4 = (0,5x - 2)^2$ nein
- ▶ $9x^2 + 1 - 6x = (3x - 1)^2$ ja
- ▶ $0,8x - x^2 + 0,16 = (x - 0,4)^2$ nein
- ▶ $0,81 - 0,16a^2 = (0,9 - 0,4a)(0,9 + 0,4a)$ ja
- ▶ $a^2 - 2 + 1/a^2 = (a - 1/a)^2$ ja
- ▶ $8 + 4/a^2 + a^2 = (a + 2/a)^2$ nein

Gleichungen

Äquivalenzumformungen

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man auf beiden Seiten denselben Term addiert (subtrahiert) oder auf beiden Seiten mit demselben Term $\neq 0$ multipliziert (dividiert).

$$11x(3x - 4) - (3 - x)(x - 2) = 10x^2 + 7 - (7 - 6x)(4x - 5)$$

Jede Seite für sich vereinfachen und zusammenfassen.

$$\begin{aligned} 33x^2 - 44x - 3x + 6 + x^2 - 2x &= 10x^2 + 7 - 28x + 35 + 24x^2 - 30x \\ 34x^2 - 49x + 6 &= 34x^2 - 58x + 42 \quad / - 34x^2 + 58x - 6 \end{aligned}$$

Gleichung lösen

(alles mit x auf eine Seite, alles ohne x auf die andere Seite)

$$\begin{aligned} 9x &= 36 & / : 9 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Bruchterme

► Erweitern

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{aT_1}{aT_2}$$

und

Kürzen

$$\frac{aT_1}{aT_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Nie aus Summen kürzen!

Beispiele:

$$\frac{3}{2x+10} = \frac{30x^2 - 150x}{20x(x+5)(x-5)}$$

$$\frac{3-6x}{18x-9} = \frac{3(1-2x)}{-9(1-2x)} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{12ax - 18bx + 10ab - 15b^2}{12ax - 18bx + 18ay - 27by} = \frac{6x(2a-3b) + 5b(2a-3b)}{6x(2a-3b) + 9y(2a-3b)} = \frac{(2a-3b)(6x+5b)}{(2a-3b)(6x+9y)} = \frac{(6x+5b)}{(6x+9y)}$$

Bruchterme

► Addition und Subtraktion

$$\frac{3a - 7b}{a - 2b} + \frac{a - 3b}{2b - a} \dots = \frac{3a - 7b}{a - 2b} + \frac{3b - a}{a - 2b} = \frac{2a - 4b}{a - 2b} = 2$$

$$\frac{3 + 4a}{8ac} + \frac{4a^2 - 9a}{24a^2c} - \frac{5c^2 - 9ac}{18ac^2} \dots = \frac{(3 + 4a) \cdot 9ac}{\text{HN}} + \frac{(4a^2 - 9a) \cdot 3c}{\text{HN}} - \frac{(5c^2 - 9ac) \cdot 4a}{\text{HN}} =$$

mit $\text{HN} = 72a^2c^2$

$$\frac{27ac + 36a^2c + 12a^2c - 27ac - 20ac^2 + 36a^2c}{\text{HN}} = \frac{84a^2c - 20ac^2}{\text{HN}} =$$

$$= \frac{4ac(21a - 5c)}{72a^2c^2} = \frac{21a - 5c}{18ac}$$

Bruchterme

▶ Multiplikation

$$\frac{126x^2a}{51} \cdot \frac{85x}{189a^3} = \frac{10x^3}{9a^2}$$

$$(8cd - 5c^2) \cdot \frac{3}{10c - 16d} = -\frac{3c}{2}$$

▶ Division

$$\begin{aligned} & \frac{3a + 12d}{(5y + 15)(y - 3)} : \frac{4a^2 + 16ad}{(y + 3)(10y + 30)} \\ \dots & = \frac{3(a + 4d)}{5(y + 3)(y - 3)} \cdot \frac{10(y + 3)^2}{4a(a + 4d)} = \frac{3(y + 3)}{2a(y - 3)} \end{aligned}$$

▶ Doppelbrüche

$$\frac{\frac{1 - 2y^2}{1 - y} - 1}{\frac{y}{1 - y} - y} = \left(\frac{1 - 2y^2}{1 - y} - 1 \right) : \left(\frac{y}{1 - y} - y \right) = \frac{1 - 2y^2 - 1 + y}{1 - y} : \frac{y - y + y^2}{1 - y} = \frac{y(1 - 2y)}{1 - y} \cdot \frac{1 - y}{y^2} = \frac{1 - 2y}{y}$$

Bruchgleichungen

- ▶ Definitionsmenge bestimmen

$$\frac{3}{5x} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3x} - \frac{4}{9} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- ▶ Hauptnenner bestimmen
HN = 45x

- ▶ Lösen

$$\frac{27 - 15x}{45x} = \frac{30 - 20x}{45x}$$

$$27 - 15x = 30 - 20x$$
$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5} \quad L = \left\{ \frac{3}{5} \right\}$$

Bruchgleichungen

- ▶ „Über Kreuz multiplizieren“

$$\frac{15 - 8x}{6x - 11} = \frac{7 - 4x}{3x - 5}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{11}{6}, \frac{5}{3} \right\}$$

- ▶ $(15 - 8x)(3x - 5) = (7 - 4x)(6x - 11)$
 $45x - 75 - 24x^2 + 40x = 42x - 77 - 24x^2 + 44x$
 $85x - 75 = 86x - 77$
 $x = 2 \quad L = \{ 2 \}$

Bruchgleichungen

$$\frac{16}{6x - 9} - \frac{35}{5x + 2} = \frac{4}{2x - 3}$$

1. Definitionsmenge bestimmen: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2}{5}; \frac{3}{2} \right\}$

2. Hauptnenner bestimmen:

$$\text{HN} = 3(2x - 3)(5x + 2)$$

3. Erweitern und zusammenfassen:

$$\frac{16(5x + 2) - 35(6x - 9)}{\text{HN}} = \frac{12(5x + 2)}{\text{HN}}$$

4. Mit HN die Gleichung multiplizieren und dann lösen:

$$80x + 32 - 210x + 315 = 60x + 24$$

$$-130x + 347 = 60x + 24$$

$$190x = 323$$

$$x = \frac{17}{10} \quad L = \left\{ \frac{17}{10} \right\}$$

Danke für die Aufmerksamkeit



und

viel Spaß beim Üben!

