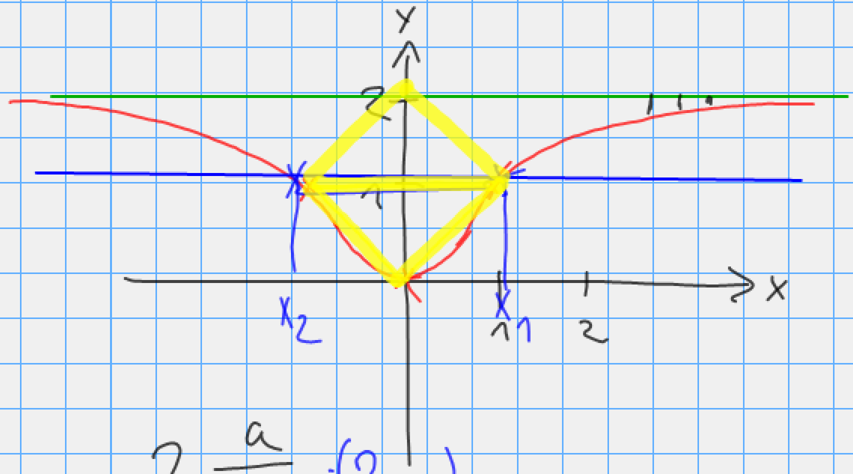
6 b) $\frac{2x^2}{x^2+1} = a$

$2x^2 = ax^2 + a$

$x^2(2-a) = a$

$x^2 = \frac{a}{2-a}$

$x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{a}{2-a}}$



$f(x_{1/2}) = \frac{2\frac{a}{2-a} \cdot (2-a)}{\left(\frac{a}{2-a}+1\right)(2-a)} = a$

$A\left(-\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a\right)$ $\quad B\left(\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a\right)$

$A^*(-1;1)$ $\quad B^*(1;1)$

c) $2 - f(x) < \frac{1}{50}$

$2 - \frac{1}{50} < f(x)$

$1{,}98 < f(x)$

$1{,}98 < \frac{2x^2}{x^2+1}$

$1{,}98x^2 + 1{,}98 < 2x^2$

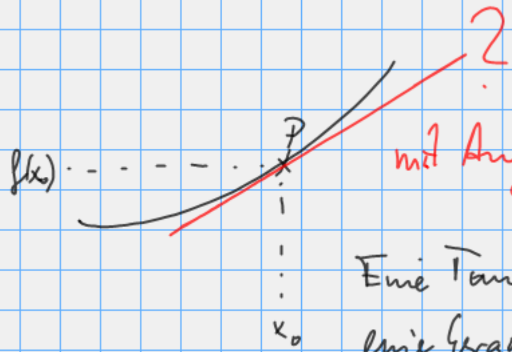
$1{,}98 < 0{,}02x^2$

$x^2 > 99$

$x > \sqrt{99}$ oder $x < -\sqrt{99}$

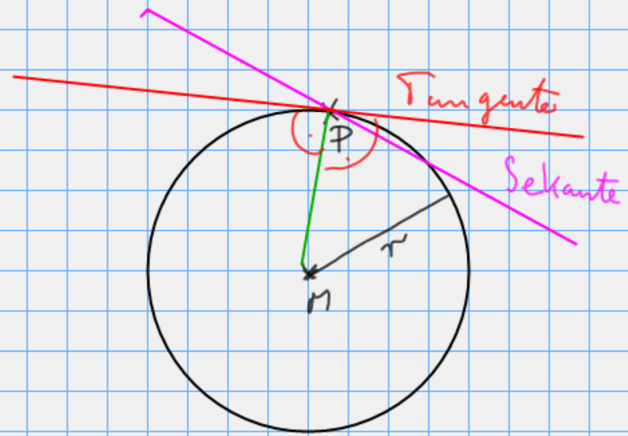
Das Tangentenproblem

Man möchte in $P(x_0; f(x_0))$ eine Tangente an den Graph der Funktion f.



mit Augenmaß!

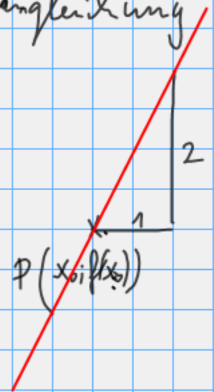
Eine Tangente ist eine Gerade, die G_f in $(x_0; f(x_0))$ berührt.



Geradengleichung $y = mx + t$

m Steigung
t y-Abschnitt

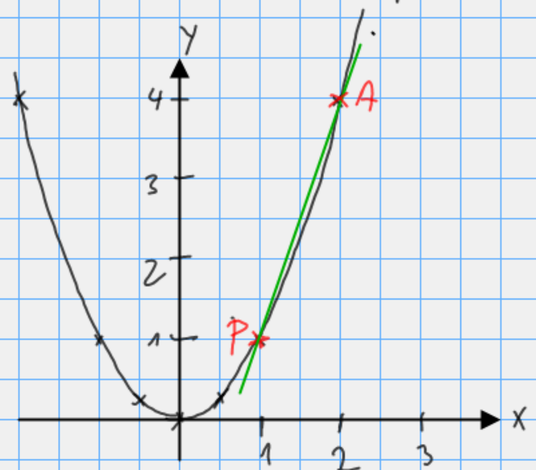
$y = 2x + 3$



$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Kennt man die Steigung m der Geraden, dann kann man in $P(x_0; f(x_0))$ die Tangente zeichnen ($\rightarrow$ Steigungsdreieck)

Quadratfunktion $f: x \mapsto x^2 \quad ; \mathbb{D} = \mathbb{R}$



$x_0 = 1 \qquad P(1;1) \qquad$ ges: Tangente in P an G_f

Gerade durch P und $A(2;4)$ ist eine Sekante, die G_f in A und P schneidet.

Sie hat die Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = 3$$

Der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ heißt Differenzenquotient.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_P}{x_A - x_P}$$

Der Differenzenquotient gibt die mittlere Änderungsrate der Funktion f im Intervall $[x_P; x_A]$ an.

Die Quadratfunktion f hat im Intervall [1;2] die mittlere Änderungsrate 3.

" " f " " " [1;1,5] " " " $\frac{1{,}5^2 - 1^2}{1{,}5 - 1} = 2{,}5$

" " f " " " [1;1,1] " " " $\frac{1{,}1^2 - 1^2}{1{,}1 - 1} = 2{,}1$

HA S. 22/4
23/7

30/2

$f_1(x) = x^3 + 1$

$P(0;1)$; $Q(1;2)$; $R(2;9)$

$[0;1]$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-1}{1-0} = 1 \qquad PQ: \; y = x + 1$

$\varphi_1 = 45^\circ$

$[1;2]$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-2}{2-1} = 7 \qquad QR: \; y = 7x - 5$

$\varphi_2 =$

$\tan \varphi_2 = \frac{7}{1}$

$$\tan \varphi_2 = m = 7 \Rightarrow \varphi_2 = 82^\circ$$

$f_2(x) = \frac{4}{x^2+1}$ $\qquad P_2(0;4) \qquad Q_2(1;2) \qquad R_2(2;0{,}8)$

$[0;1]$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{0-1} = -2 \qquad P_2Q_2: \; y = -2x + 4 \qquad \varphi_3 = 116{,}6^\circ$

$[1;2]$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0{,}8-2}{2-1} = -\frac{6}{5} \qquad Q_2R_2: \; y = -\frac{6}{5}x + 3\frac{1}{5} \qquad \varphi_4 = -53{,}1^\circ$ oder $126{,}9^\circ$

$$A_{P_1Q_2P_2} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1{,}5$$