Wie versprochen:
Lösungen zu den Übungs- und Wiederholungsblatt aus alten Schulaufgaben:

Wenn mir bei der Lösung ein Rechenfehler unterlaufen sein sollte – dann mailt mir unter rsg-ws-geo@web.de
Ansonsten wünsche ich viel Erfolg bei der Vorbereitung auf die Schulaufgabe, auch wenns Sonntag ist (auch mir hat das Blatt jetzt beim Tippen 2 Stunden Zeit gekostet ☺ H.B.

1. a) Zeichne den Graph der Funktion y = $0{,}5(x-2)^2 + 1$ für $x \in [-2;6]$
   b) Für welches x nimmt die Funktion den Wert 129 an?
   Löse durch eine Gleichung!
   c) Bestimme den Scheitel der Parabel y = $ax^2-4x + a$. Für welches a berührt die Parabel die Parabel aus Teilaufgabe a)

Lösung:

b)

Ansatz und einfachste Lösung :

$$129=0{,}5(x-2)^2+1 \rightarrow 128=0{,}5(x-2)^2 \rightarrow 256=(x-2)^2 \rightarrow \pm 16=x-2 \rightarrow L=\{18;-14\}$$

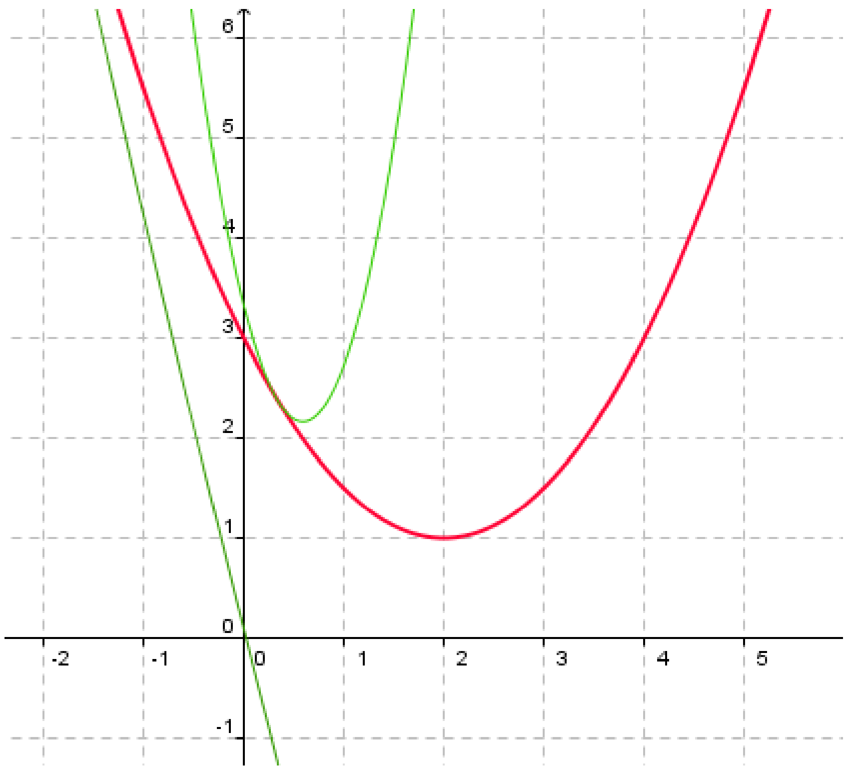
c)

Scheitelbestimmung:

$$y=ax^2-4x+a \quad \rightarrow \quad y=a\left(x^2-\frac{4}{a}x+\left(\frac{2}{a}\right)^2\right)+a-a\cdot\frac{4}{a^2} \quad \rightarrow \quad y=\left(x-\frac{2}{a}\right)^2+\frac{a^2-4}{a} \quad \rightarrow$$

$$S\left(\frac{2}{a};\frac{a^2-4}{a}\right)$$

Berührparabel :



$$\textit{Schnitt durch Gleichsetzen der beiden Parabeln:}$$
$$ax^2-4x+a=0{,}5(x-2)^2+1\rightarrow$$
$$2ax^2-8x+2a=(x-2)^2+2 \quad \textit{Multiplikation mit } 2\rightarrow$$
$$2ax^2-8x+2a=x^2-4x+4+2 \quad \textit{Binom. Formel anwenden}$$
$$(2a-1)x^2-4x+2a-6=0\,;\textit{Grundform der quadrat. Gleichung}$$
$$\textit{Diskriminantenkriterium für das Berühren:}$$
$$16-4(2a-1)(2a-6)=0$$
$$16-(8a-4)(2a-6)=0$$
$$16-16a^2+48a+8a-24=0\rightarrow-16a^2+56a-8=0\rightarrow 2a^2-7a+1=0$$
$$a_{1/2}=\frac{1}{4}\cdot\left(7\pm\sqrt{49-8}\right)$$

2. Auf einem gleichschenklig-dreieckigen Grundstück (siehe Skizze) soll wie eingezeichnet ein rechteckiges Gebäude errichtet werden.

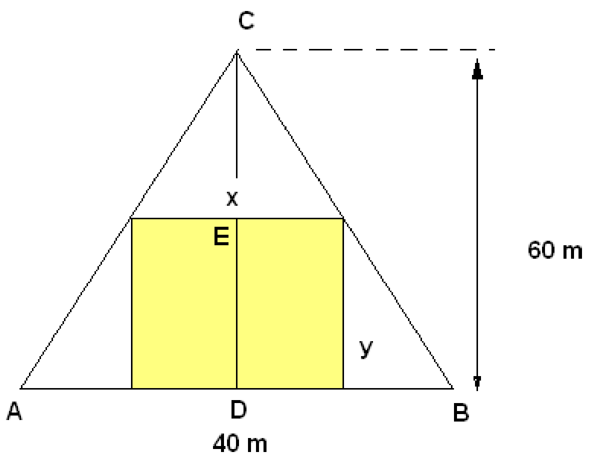
a) Zeige zunächst, dass

$$x=\frac{1}{3}(120-2y)$$

ist.

b) Bestimme x und y so, dass die Grundfläche des Gebäudes maximal wird und gib diese an!

c) Welchen Umfang hat das Grundstück?



Lösungshinweise:

zu a: Über den Strahlensatz $\dfrac{20}{\frac{x}{2}}=\dfrac{60}{60-y}$

zu b: A(y) = xy = $\dfrac{y}{3}(120-2y)$ nach Aufgabe a)

Dies ist eine nach unten geöffnete Parabel, also liegt das Maximum im Scheitel:
Scheitel bei y = 30 und x = 20 besitzt.

3. Bestimme die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems!

I x + y – z = -5;
II) x - y + 2z = 13;
III) 2x + y + 3z = 13 ;

Lösung: Am geeignetsten ist y mittels des Additionsverfahrens zu eliminieren (Warum?):

II + I: I´ 2x + z = 8
II + III: III´ 3x + 5z = 26

I´ : z = 8 – 2x
in III´ : 3x + 5(8 – 2x) = 26 → -7x + 40 = 26 → -7x = - 14 → x = 2
x in I´ : z = 8 – 4 = 4
x,z in I : 2 + y – 4 = - 5 → y = - 3

L = {2;-3}

4. Vereinfache unter Verwendung der Potenzregeln die folgenden Terme.
Gib bei a) und d) das Ergebnis in Potenz- und in Wurzelschreibweise an, bei b) mit und ohne Verwendung negativer Exponenten!

a) $(\sqrt[3]{a^5})^2 : \sqrt{a}$ **Lösung:** $\left(a^{\frac{5}{3}}\right)^2 : a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{10}{3}} : a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{20}{6}} : a^{\frac{3}{6}} = a^{\frac{17}{6}} = a \cdot \sqrt[6]{5}$

b) $b^{\frac{4}{7}} b^{-\frac{3}{5}}$ **Lösung:** $b^{\frac{20}{35}} \cdot b^{-\frac{21}{35}} = b^{-\frac{1}{35}} = \frac{1}{b^{\frac{1}{35}}}$

c) Lösung : $\sqrt[6]{a^0}$ = 1

d) $\sqrt[6]{\sqrt[5]{a^3}}$ = $a^{\frac{3}{30}} = a^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{a}$

Schreibe das Ergebnis als eine Potenz ohne negative Exponenten!

e) $\left[\left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-\frac{7}{10}}\right] : x^{\frac{3}{4}}$ =

$$x^{\frac{2}{15}} \cdot x^{-\frac{7}{10}} : x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{8}{60}-\frac{42}{60}-\frac{45}{60}} = x^{-\frac{79}{60}} = \frac{1}{x^{\frac{79}{60}}}$$

Radiziere teilweise!

f) $\sqrt[3]{625}$ = $6^{\frac{4}{3}} = 6 \cdot 6^{\frac{1}{3}} = 6\sqrt[3]{6}$

5.

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichungen ohne Verwendung der Lösungsformel („Mitternachtsformel“) zur Grundmenge G = $\mathbb{R}$

a)18 x^2 – 50 = 0

$$18x^2=50$$
$$x^2=\frac{25}{9}$$
$$x=\frac{\pm 5}{3}$$
$$L=\left\{1\frac{2}{3};-1\frac{2}{3}\right\}$$

b) x^2 + 36 = 0 $L=\emptyset$

c) x^2 = 3x → x(x-3) = 0 → $L=\{0;3\}$

d) $2x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=0$ $8x^2+2\text{x}-3=0$

Lösung mit Mitternachtsformel: $x_{1/2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+96}}{16}=\ldots$

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung G = $\mathbb{R}$:

$$-4\sqrt{(x)}+x-5=0$$

Substitution von $z:=\sqrt{x}$

z ^{2}– 4 z – 5 = 0 mit den Lösungen z = 5 oder z = -1

Die Resubstitution liefert nur für z = 5 eine Lösung – nämlich x = 25 , da eine Wurzeln keinen negativen Wert annehmen kann.