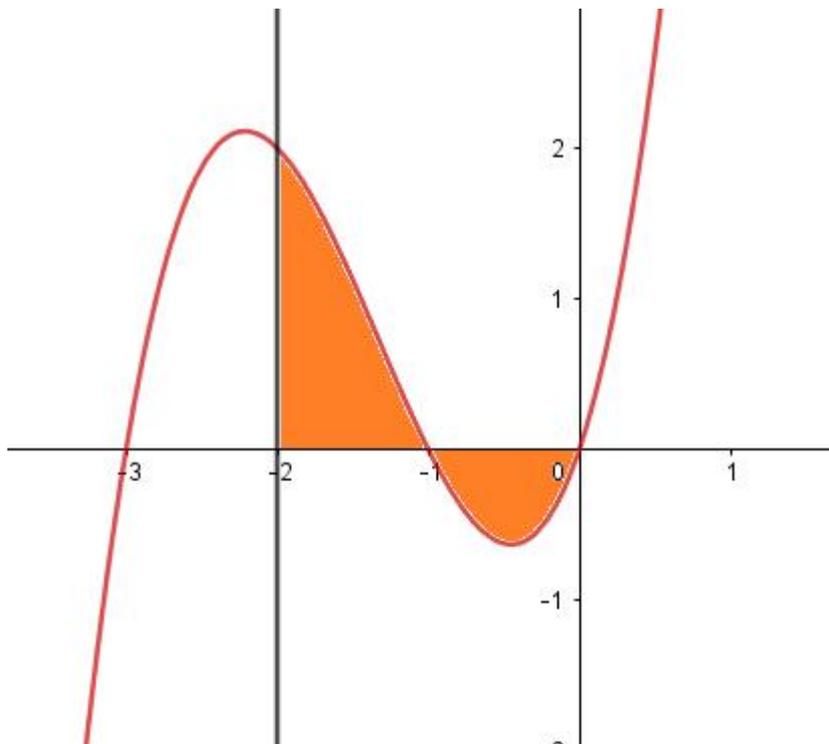


Lösung

<p>1.</p>	<p>Generell: weil hier eine Stammfunktion verlangt wird kann + C entfallen, im Gegensatz zu „Bestimmen Sie die Menge aller ...“</p> <p>a) $F(x) = -\frac{1}{x} - 0,5 \cos(2x)$</p> <p>b) $G(x) = \ln(x^2 + x + 4)$</p> <p>c) $H(x) = 0,5x^2 + x + \ln x$</p>	<p>0,5 wegen des Nachdifferenzierens!</p> <p>Im Zähler steht die Ableitung des Nenners! Betragsstriche nicht vergessen! Sonderintetral (Merkhilfe)</p> <p>Bruch aufspalten!</p>
<p>2.</p>	<p>Da Flächen unterhalb der x-Achse liegen negativ gerechnet werden und die oberhalb positiv, sind auf jeden fall diejenigen Integralwerte 0, für die die Integrandenfunktionen symmetrisch zum Mittelpunkt des Intervalles sind.</p> <p>Daher hat den Wert 0 das letzte, alle anderen haben nicht den Wert 0</p>	
<p>3 a)</p> <p>3 b)</p>	<p>Nullstellen: $f(x) = x^3 + 4x^2 + 3x = x(x^2 + 4x + 3) = x(x + 1)(x + 3)$</p> <p>Also $x = 0$, $x = -1$ und $x = -3$</p> <p>Achte auf den Unterschied Nullstellen und Schnittpunkte mit der x-Achse (dann wäre $N_1(0;0)$ usw. anzugeben)</p> <p>$f'(x) = 3x^2 + 8x + 3$ $f''(x) = 6x + 8$</p> <p>Relative Extrema: notwendige Bedingung $f'(x) = 0$:</p> $3x^2 + 8x + 3 = 0 \rightarrow x_{1/2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 36}}{6} = \frac{-8 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3}$ <p>Zur Art des Extremas: Der Graph von $f'(x)$ ist eine nach oben geöffnete Parabel, also ist die Vorzeichenverteilung von $f'(x)$</p> <div style="text-align: center;">  <p style="margin-left: 100px;">+</p> <p style="margin-left: 300px;">-</p> <p style="margin-left: 500px;">+</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;"> $\frac{-4 - \sqrt{7}}{3}$ Relatives Maximum </div> <div style="text-align: center;"> $\frac{-4 + \sqrt{7}}{3}$ Relatives Minimum </div> </div> <p>Auch hier sind keine y-Werte notwendig (Abszisse: x-Koordinate)</p> <p>Wendepunkt: notwendige Bedingung: $f''(x) = 0$;</p> <p>$6x + 8 = 0 \rightarrow x = -\frac{4}{3}$. Da $f''(x)$ als Gerade dort ihr Vorzeichen wechselt, liegt dort ein Wendepunkt vor!</p>	<p>Ausklammern, letzter Schritt nach Vieta oder quadr. Lösungsformel</p>

3 c)



Da G_f bei $x = -1$ sein Vorzeichen wechselt muss man die beiden Flächenstücke separat berechnen

$$\begin{aligned}
 A &= \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx = \\
 &= \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_{-2}^{-1} - \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right]_{-1}^0 = \\
 &= \left(\left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \right) - \left(4 - \frac{32}{3} + 6 \right) \right) - \left((0) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \right) \right) = \\
 &= \dots = \text{TR mit Bruchrechnung!}
 \end{aligned}$$

Subtrahieren, weil zweites Integral einen negativen Wert liefert!

4.

Diese Aufgabenstellung waren in den letzten Jahren vor allem im Prüfungsteil A beliebt.

Auf der folgenden Seite ist die Funktion $f(x)$ sowie die Integralfunktion $A(x) = \int_{-2}^x f(x) dx$

dargestellt mit GEOGEBRA. In der Abituraufgabe hat man dazu aber weder die Mittel noch die Zeit die Werte einzeln zu berechnen, aber an den beiden Graphen soll das prinzipielle Vorgehen, die Werte von näherungsweise zu ermitteln.

Grundsätzlich gilt:

1. Ist die UG gleich der Obergrenze, also hier bei $x = 2$, so ist der Wert des best.ten 0.
2.

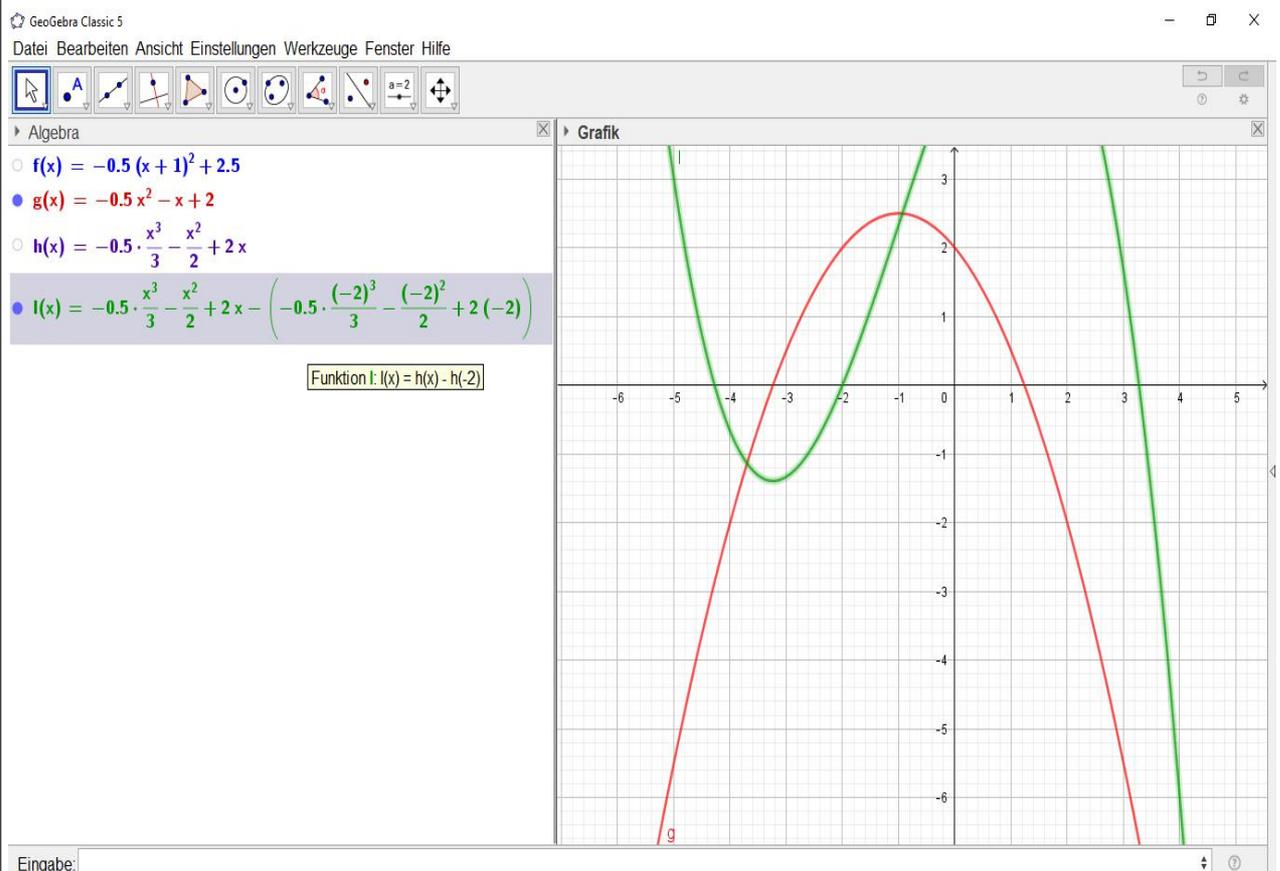
- Integriert man nach „rechts“ so werden Flächen oberhalb der x-achse positiv gerechnet
- Integriert man nach „links“, so ist es umgekehrt.

$$\text{(Folge von } \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx \text{)}$$

- An den Nullstellen mit Vorzeichenwechsel der Integrandenfunktion liegt bei der Integralfunktion ein relatives Minimum oder relatives Maximum. Den Wert schätzt man durch Auszählen von Kästchen in FE ab (positive und negative Flächenwerte (!) Berücksichtigen)
- Der Wert x , für den sich – von der UG (hier: -2) die unterhalb und oberhalb 0 ergeben, hat die Integralfunktion den Wert 0

Vergleiche nun mit dem Graphen von $f(x)$ (rot) und der Integralfunktion

$$\int_{-2}^x f(x) dx \quad (\text{grün})$$



Und hier noch ein Beispiel (interaktiv) mit anderer Untergrenze:

<https://www.geogebra.org/m/yCSFddge>