

Übungsaufgaben:



Zur Umkehrfunktion

1. Entscheide, ob folgende Funktionen umkehrbar sind, also die Umkehrrelation wieder eine Funktion ist und bestimme gegebenenfalls die Definitionsmenge und Wertemenge der Umkehrfunktion sowie den Term der Umkehrfunktion und zeichne Sie den Graphen der Umkehrfunktion

a) $f(x) = -2x - 4$ $D_f = [-3; 7]$

b) $f(x) = (x-2)^2 + 4$ mit $D_f = [-\infty; 2]$

c) $f(x) = x^5$ und $g(x) = x^4$ für $x > 0$, Zeichnung in ein gemeinsames Koordinatensystem.

2. Eine Funktion hat den Funktionsterm $y = x^3 + 2x + 7$. Zeigen Sie, dass die Funktion auf \mathbb{R} umkehrbar ist und geben Sie die Koordinaten der Punkte $(?; 1)$, $(?; -4)$, $(?; 0)$, die auf dem Graphen der Umkehrfunktion liegen.

3. Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion $f(x) = (x-4)^6 + 22$ mit $D_f = \mathbb{R}$ nicht umkehrbar ist. Schränken Sie die Definitionsmenge auf die größtmögliche Teilmenge von \mathbb{R} ein so, dass die Funktion dort umkehrbar ist und die Umkehrfunktion streng monoton fallend ist.

Zur Ableitung der Umkehrfunktion

4. Gegeben ist die Funktion $f(x) = y = 2^{0,5x-3}$.

a) Zeichne den Graphen der Funktion. Hilfe: Wie geht der Graph von $f(x)$ aus dem Graphen von $g(x) = 2^x$ hervor?

b) Zeige, dass $f(x)$ auf \mathbb{R} umkehrbar ist, bestimme den Term der Umkehrfunktion und ihrer Ableitung.

c) Bestimme allgemein für $a > 0$, $a \neq 1$, dass gilt die Umkehrfunktion für

$$f(x) = \log_a x$$

Für welche a sind die Funktionen streng monoton fallend/steigend?

5. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion und ihre Ableitung mit obiger Regel:

$$f(x) = x^n, n \neq 1, n \in \mathbb{N}$$