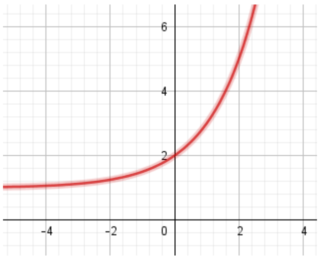
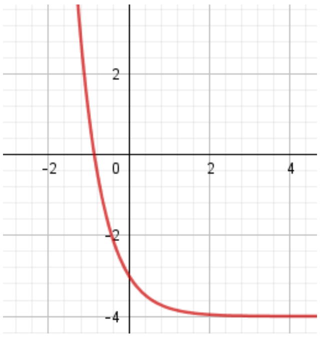
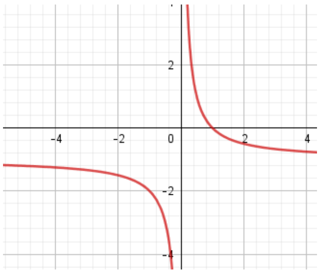
Lösung		
1	a) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f$ =]1; ∞ [Hinweis: um 1 LE in pos. y-Richtung verschobene Exponentialfunktio (streng mon. w) mit der Asymptote y = 1	
	b) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f$ =]-4; ∞ [Hinweis: um 4 LE in neg. y-Richtung verschobene Exponentialfunktio (streng monoton f. Wegen Basis < 1) mit der Asymptote y = -4	
	c) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f=\mathbb{R}$	
	d) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f=\mathbb{R}_o^{+.}$	
	e) $D_f=\mathbb{R}\backslash\{0\}\,;W_f=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ Graph ist eine um 1 LE in neg. y-Richtung verschobene Normalhyperbel: vertikale Asymptote x = 0 ; horizontale Asymptote y = -1	
	f) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f=\{3\}$	
	g) $D_f=\mathbb{R}\,;W_f=\mathbb{R}$	
	h) $\frac{2^x-2^{-x}}{2^x+2^{-x}}=\frac{2^x(2^x-2^{-x})}{2^x(2^x+2^{-x})}=\frac{4^x-1}{4^x+1}$ Es hatte sich ein Vorzeichenfehler eingeschlichen. Trotzdem ist diese Umformung sinnvoll, denn so erkennt man leichter Definitionsmenge, Wertemenge und Asymptoten. Keine Grundfunktion, daher kurze Diskussion, um sie zeichnen zu können: Nullstelle: $4^x=1\,;x=0$ $D_f=\mathbb{R}\,;$ Grenzwert für x → $+\infty=1,\mathit{weil}\ 4^x\ \mathit{sehr\ groß\ wird}$ Grenzwert für x → $-\infty=-1,\mathit{weil}\ 4^x\ \mathit{sehr\ klein\ wird.}$ Horizontale Tangenten?	

$$f(x)=\frac{4^x-1}{4^x+1}=\frac{e^{x\ln 4}-1}{e^{x\ln 4}+1} \qquad \boxed{(4=e^{\ln 4})}$$

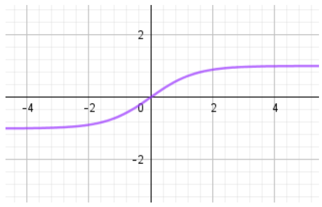
Der Nenner der Ableitung ist stets positv, der Zähler Z(x) lautet:

$$Z(x)=(e^{xln4}+1)\cdot(e^{x\ln 4}\cdot ln4)-(e^{x\,ln4}-1)(e^{xln4}\cdot ln4) \;=$$

$$=\; e^{x\,ln4}\,ln4(2\,e^{x\,ln4})\neq 0 \text{ für alle } x$$

Also kann f(x) keine horizontalen Tangenten haben und damit weder Extrempunkt noch Terrassenpunkte. Setzt man (-x) in den Ausgansterm mit 2 als Basis ein, so erhält man -f(x). Also is der Graph punktsymmetrisch zum Ursprung.

4^x-1 *ist vom Betrag her stets kleiner als* 4^x+1 Daraus folgt mit den obigen Ergebnissen: W_f =]-1;+1[wie der Graph bestätigt.



i) $D_f=\mathbb{R}\,;\,W_f=\mathbb{R}_o^{+}$.

2.

- Eine Funktion ist auf einem Intervall I auf jeden Fall umkehrbar, wenn sie auf I streng monoton ist.
- Um den Funktionsterm der Umkehrfunktion zu erhalten, vertauscht man im Term x und y und löst dann nach y auf.
- Die Definitionmenge von f wird die Wertemenge von f^{-1} und umgekehrt
- Den Graph der Umkehrfunktion erhält man durch Spiegelung an dem Graphen von y = x (der Winkelhalbierenden des I. Und III Quadranten)

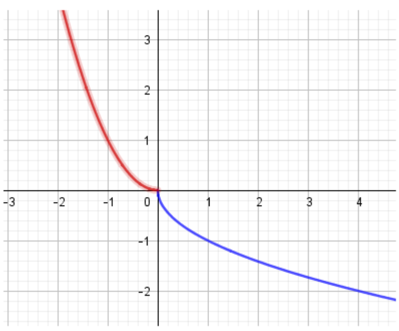
a) $x=2^y+1\rightarrow 2^y=x-1\rightarrow y\cdot\ln 2=\ln(x-1)\rightarrow y=\dfrac{\ln(x-1)}{\ln 2}$

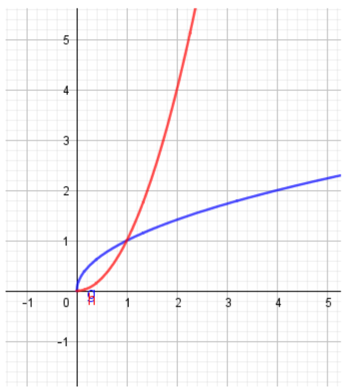
b $\quad analog: y=\dfrac{\ln(x+4)}{\ln 0{,}2}=\dfrac{\ln(x+4)}{\ln 2-\ln 10}$

c) x = 2y -3 y = 0,5 (x + 3)

d) $x=y^2\rightarrow y=\pm\sqrt{x}$

An der nicht eindeutigen Auflösbarkeit erkennt man, dass die Umkehrrelation keine Funktion ist. (Einschränkung der ursprüngl. Funktion auf streng monotone Bereiche macht es möglich!)





e) $x=\frac{1}{y}-1 \rightarrow x+1=\frac{1}{y} \rightarrow y=\frac{1}{x+1}$

f) x = 3 (ist aber keine Funktion)

g) y = - x

h) Man nimmt die korrigierte Darstellung $f(x)=\frac{4^x-1}{4^x+1}$

$$x=\frac{4^y-1}{4^y+1} \rightarrow x\cdot(4^y+1)=4^y-1$$

$$4^y\cdot(x-1)=-1-x \rightarrow 4^y=-\frac{x+1}{x-1}$$

$$y=\frac{\ln\left(-\frac{x+1}{x-1}\right)}{\ln 4}$$

AA Die Funktion der Aufgabe h ist umkehrbar, weil sie streng monoton zunehmend ist. Der grüne Graph ist der der Umkehrfunktion!