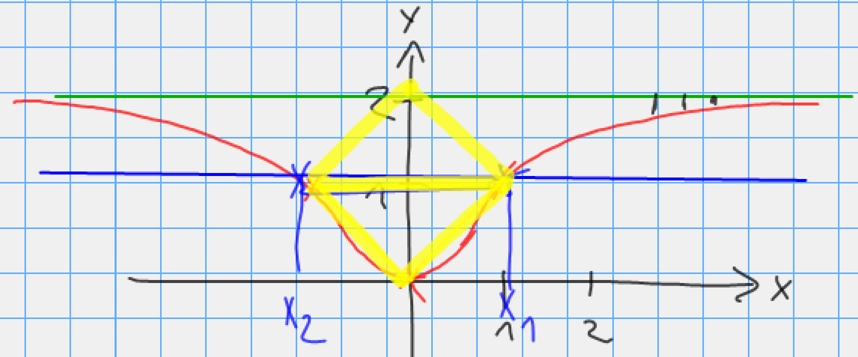
6 b) $\frac{2x^2}{x^2+1} = a$

$2x^2 = ax^2 + a$

$x^2(2-a) = a$

$x^2 = \frac{a}{2-a}$

$x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{a}{2-a}}$



$f(x_{1/2}) = \frac{2\frac{a}{2-a}\cdot(2-a)}{\left(\frac{a}{2-a}+1\right)(2-a)} = a$

$A\left(-\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a\right)$ $\quad$ $B\left(\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a\right)$

$A^*(-1; 1)$ $\quad$ $B^*(1; 1)$

c) $2 - f(x) < \frac{1}{50}$

$2 - \frac{1}{50} < f(x)$

$1{,}98 < f(x)$

$1{,}98 < \frac{2x^2}{x^2+1}$

$1{,}98x^2 + 1{,}98 < 2x^2$

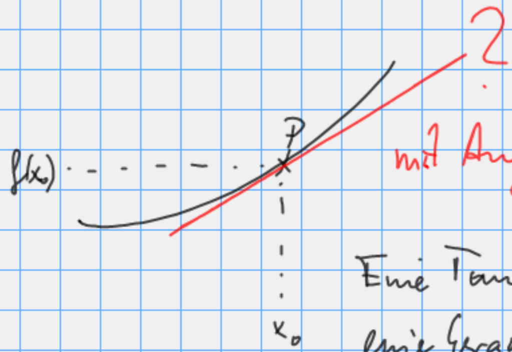
$1{,}98 < 0{,}02x^2$

$x^2 > 99$

$x > \sqrt{99}$ oder $x < -\sqrt{99}$

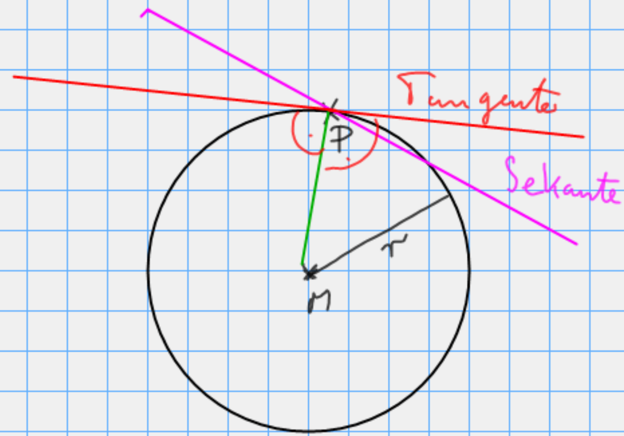
Das Tangentenproblem

Man möchte in $P(x_0; f(x_0))$ eine Tangente an den Graph der Funktion f.



mit Augenmaß!

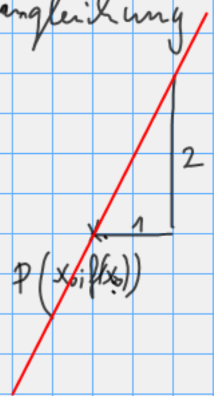
Eine Tangente ist eine Gerade, die G_f in $(x_0; f(x_0))$ berührt.



Geradengleichung $y = mx + t$

m Steigung
t y-Abschnitt

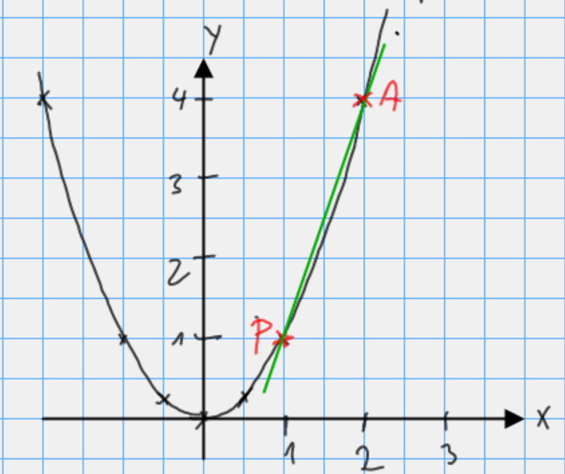
$y = 2x + 3$



$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Kennt man die Steigung m der Geraden, dann kann man in $P(x_0; f(x_0))$ die Tangente zeichnen (→ Steigungsdreieck)

Quadratfunktion $f: x \mapsto x^2$; $\mathbb{D}=\mathbb{R}$



$x_0 = 1$ P(1;1) ges: Tangente in P an G_f

Gerade durch P und A(2;4) ist eine Sekante, die G_f in A und P schneidet.

Sie hat die Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = 3$$

Der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ heißt Differenzenquotient.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_P}{x_A - x_P}$$

Der Differenzenquotient gibt die mittlere Änderungsrate der Funktion f im Intervall $[x_P; x_A]$ an.

Die Quadratfunktion f hat im Intervall [1;2] die mittlere Änderungsrate 3.

" " f " " " [1;1,5] " " " $\frac{1,5^2-1^2}{1,5-1} = 2,5$

" " f " " " [1;1,1] " " " $\frac{1,1^2-1^2}{1,1-1} = 2,1$

HA S. 22/4
23/7