

$$6b) \quad \frac{2x^2}{x^2+1} = a$$

$$2x^2 = ax^2 + a$$

$$x^2(2-a) = a$$

$$x^2 = \frac{a}{2-a}$$

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{a}{2-a}}$$

$$f(x_{1/2}) = \frac{2 \frac{a}{2-a} \cdot (2-a)}{\left(\frac{a}{2-a} + 1\right)(2-a)} = a$$

$$A \left(-\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a \right)$$

$$B \left(\sqrt{\frac{a}{2-a}}; a \right)$$

$$A^* (-1; 1)$$

$$B^* (1; 1)$$

$$g) \quad 2f(x) < \frac{1}{50}$$

$$2 - \frac{1}{50} < f(x)$$

$$1,98 < f(x)$$

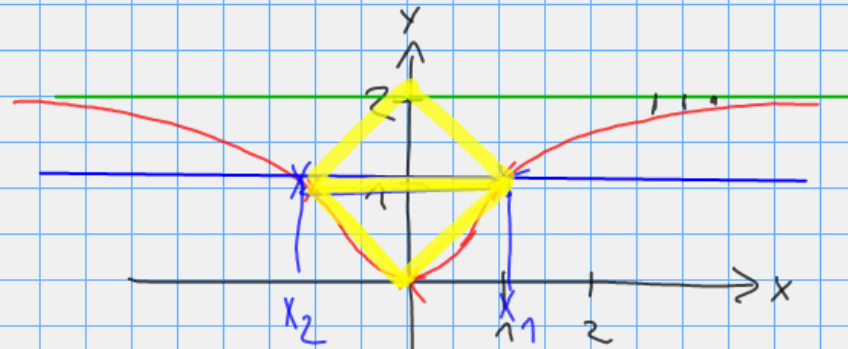
$$1,98 < \frac{2x^2}{x^2+1}$$

$$1,98x^2 + 1,98 < 2x^2$$

$$1,98 < 0,02x^2$$

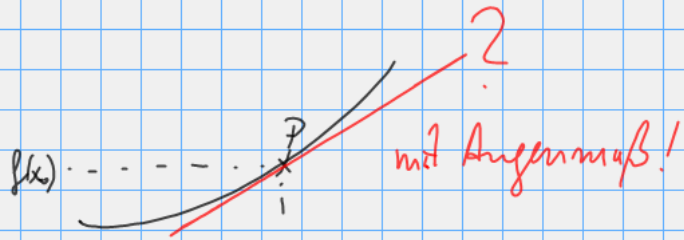
$$x^2 > 99$$

$$x > \sqrt{99} \quad \text{oder} \quad x < -\sqrt{99}$$

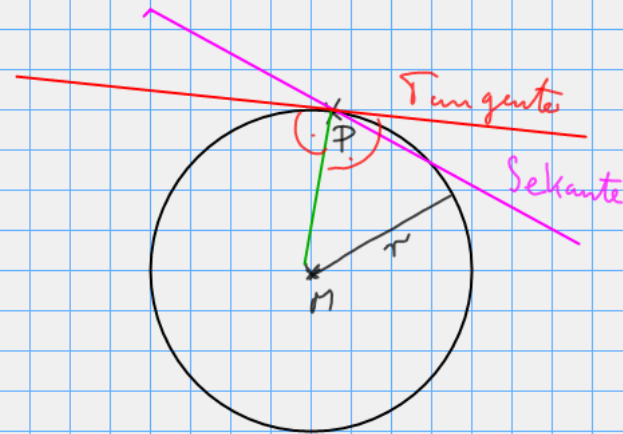


Das Tangentenproblem

Man möchte in $P(x_0; f(x_0))$ eine Tangente an den Graph der Funktion f .



Eine Tangente ist eine Gerade, die G_f in $(x_0; f(x_0))$ berührt.

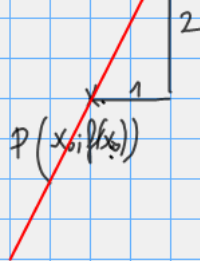


Geradengleichung

$$y = m \cdot x + t$$

m Steigung
 t y -Abschnitt

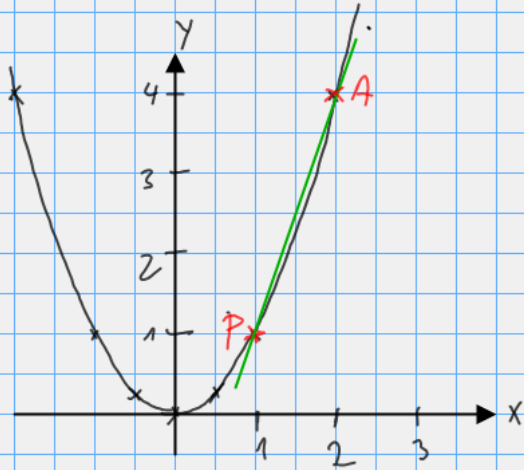
$$y = 2x + 3$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Kennt man die Steigung m der Geraden, dann kann man in $P(x_0; f(x_0))$ die Tangente zeichnen (\rightarrow Steigungsdreieck)

Quadratfunktion $f: x \mapsto x^2$ $D = \mathbb{R}$



$x_0 = 1$ $P(1;1)$ ges: Tangente in P an f

Gerade durch P und $A(2;4)$ ist eine Sekante,
die f in A und P schneidet.

Sie hat die Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-1}{2-1} = 3$$

Der Quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ heißt Differenzenquotient.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_P}{x_A - x_P}$$

Der Differenzenquotient gibt die mittlere Änderungsrate der Funktion f im
Intervall $[x_P; x_A]$ an.

Die Quadratfunktion f hat im Intervall $[1;2]$ die mittlere Änderungsrate 3.

" " f " " " $[1;1,5]$ " " "

$$\frac{1,5^2 - 1^2}{1,5 - 1} = 2,5$$

" " f " " " $[1;1,1]$ " " "

$$\frac{1,1^2 - 1^2}{1,1 - 1} = 2,1$$

HAS-22/4
23/7

30/2

$$f_1(x) = x^3 + 1$$

$$P(0; 1); \quad Q(1; 2); \quad R(2; 9)$$

[0; 1]

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-1}{1-0} = 1$$

$$PQ: y = x + 1$$

$$\varphi_1 = 45^\circ$$

[1; 2]

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9-2}{2-1} = 7$$

$$QR: y = 7x - 5$$

$$\varphi_2 =$$

$$\tan \varphi_2 = m = 7$$



HA fertig