Repetitorium Mathematik

Funktionen und ihre Eigenschaften

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

- Schnittpunkt mit der y-Achse: $x=0$
  $\rightarrow$ $(0;f(0))$

- Schnittpunkt mit der x-Achse: $y=0$
  Die Funktion f hat in x_0 eine **Nullstelle**, wenn $f(x_0) = 0$ ist. Der Graph von f schneidet die x-Achse in x_0. $\rightarrow$ $(x_0;0)$
  Beispiele:
  $f(x) = 0{,}5x - 2$ hat Nullstelle $x_0 = 4$
  $g(x) = 4 - x^2$ hat die Nullstellen $x_{1/2} = \pm 2$
  $h(x) = \sin(x)$ hat die Nullstellen $x_k = k\pi$ mit $k \in Z$
  ...

Polynomfunktionen

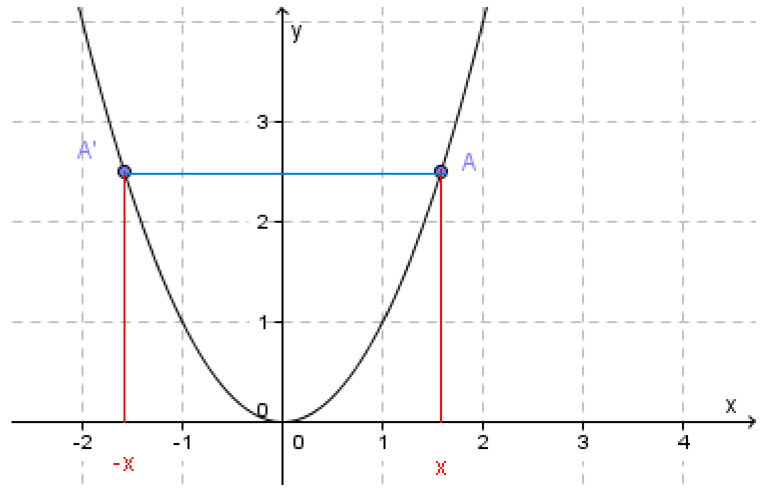
Die Funktion $f: x \mapsto a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$
mit $a_i \in R$ heißt Polynomfunktion vom Grad n.

Nullstellen:

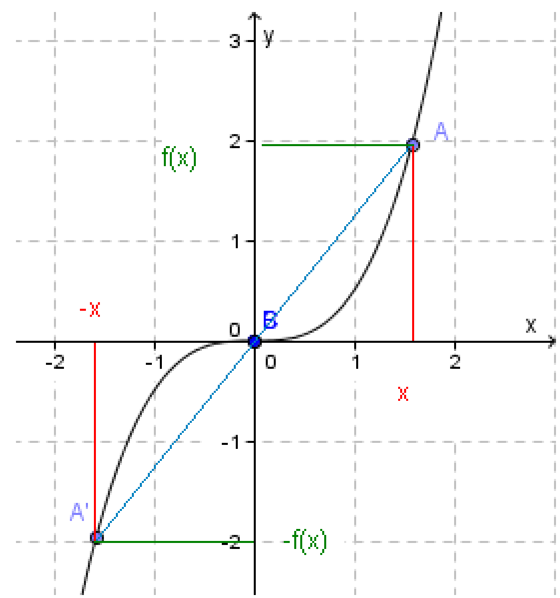
- Polynomfunktion vom Grad 2:
  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ hat Nullstellen $x = 1$ und $x = 2$
- Polynomfunktion vom Grad 3:
  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 18$
  durch Probieren $x = 3$
  Polynomdivision $f(x) : (x-3) = x^2 + 6$

Symmetrie zum Koordinatensystem

- Der Graph der Funktion f ist **achsensymmetrisch zur y-Achse**, wenn **f(−x) = f(x)** ist.



- Der Graph der Funktion f ist **punktsymmetrisch zum Ursprung**, wenn **f(−x) = −f(x)** ist



Lageveränderungen

Verschiebung der Funktionsgraphen

- **$g(x) = f(x) + d$**
  Der Parameter d bewirkt ein Verschieben des Graphen der Funktion f um $|d|$ in Richtung der y–Achse und zwar für $d > 0$ nach oben und für $d < 0$ nach unten.
- **$g(x) = f(x-c)$**
  Der Parameter c bewirkt ein Verschieben des Graphen der Funktions f um $|c|$ in Richtung der x–Achse und zwar für $c > 0$ nach rechts und für $c < 0$ nach links.

Lageveränderungen

Strecken und Stauchen des Funktionsgraphen

- **$g(x) = af(x)$**
  Der Parameter a bewirkt ein Strecken bzw. Stauchen des Graphen der Funktion f in Richtung der y-Achse und zwar für $a > 1$ ein Strecken bzw. für $0 < a < 1$ ein Stauchen.
- **$g(x) = f(bx)$**
  Der Parameter b bewirkt ein Strecken bzw. Stauchen des Graphen der Funktion f in Richtung der x-Achse mit dem Faktor und zwar für $0 < b < 1$ ein Strecken bzw. für $b > 1$ ein Stauchen.

Spiegeln des Funktionsgraphen

- Für $a = -1$ wird der Graph der Funktion f an der x-Achse gespiegelt.
- Für $b = -1$ wird der Graph der Funktion f an der y-Achse gespiegelt.
- Für $a = -1$ und $b = -1$ wird der Graph der Funktion f am Ursprung gespiegelt.

Welche neuen Terme entstehen aus f(x) bei Spiegelungen des Graphen von f

- an der x-Achse? $-f(x)$
- an der y-Achse? $f(-x)$
- am Ursprung? $-f(-x)$

Grenzwerte

Grenzwert am Rande der Definitionsmenge:

man betrachtet x → $-\propto$ bzw. x → $+\propto$

$$\lim_{x\to\infty}\left(4-\frac{2}{x^2}\right)=4$$

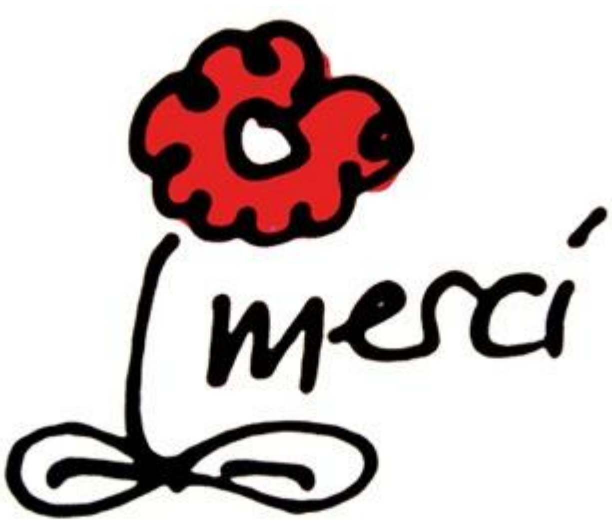
$$\lim_{x\to\infty}\frac{1}{2x-5}=0$$

$$\lim_{x\to\infty}(2x^3+2x-7)\to+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(x^2\cdot\cos x\right)$$

$$a=\lim_{x\to\infty}\frac{5+2^x}{2^x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{5}{2^x}+1}{1}=\frac{0+1}{1}=1$$

Danke für die Aufmerksamkeit



und

viel Spaß beim Üben!