Ist die Funktion f differenzierbar, so ist f' die Ableitungsfunktion.

Ist f' auch differenzierbar, so kann man f' auch ableiten und man hat f'' als Ableitungsfunktion von f'.

z.B. $f(x) = x^2$

$f'(x) = 2x$

$f''(x) = 2$

f'' ist die zweite Ableitung von f.

aus der Physik: Funktion $f \hat{=}$ Weg-Zeit-Funktion $s(t)$

$f' \hat{=}$ Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t) = \dot{s}(t)$

$f'' \hat{=}$ Beschleunigung-Zeit-Funktion $a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{s}(t)$

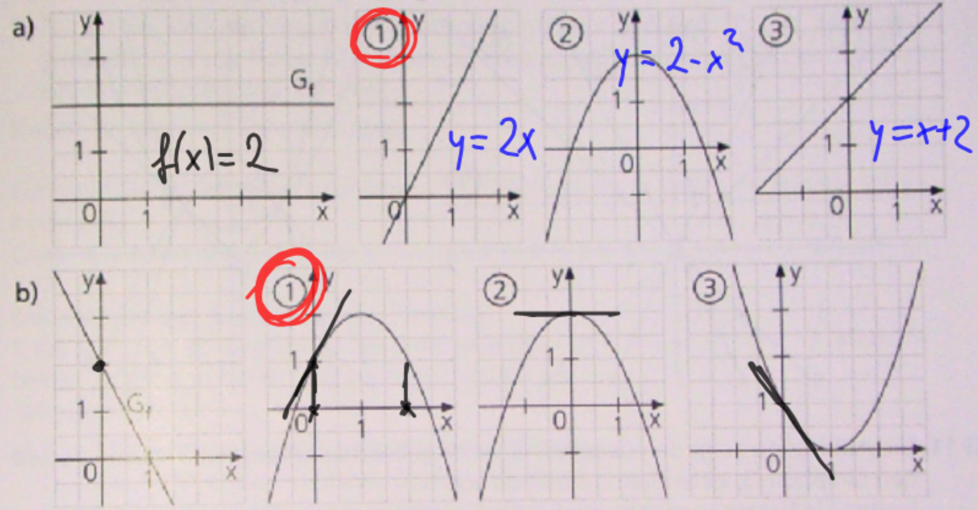
Ist die Funktion f' die Ableitungsfunktion von f, so nennt man die Funktion f auch <u>Stammfunktion</u> zu f'.

z.B. $f(x) = x^2 - 5x + 2 \implies f'(x) = 2x - 5$

Stammfunktion von f' — Ableitungsfunktion von f

47/7

G 7. Die erste Abbildung zeigt jeweils den Graphen G_f einer Funktion f. Genau eine der Abbildungen ① bis ③ zeigt den Graphen einer Stammfunktion der Funktion f. Finden Sie heraus, welche Abbildung dies ist, und geben Sie eine Begründung an.



$f(x) = -2x+2$

$f(0)=2=F'(0)$

Stammfunktion $F(x)=2x$

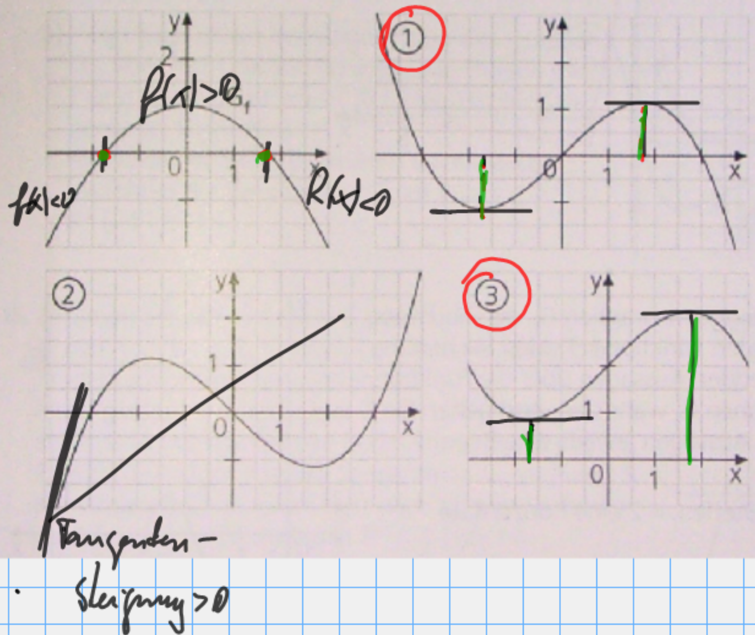
, da $F'(x)=2=f(x)$

Stammfunktion $F(x)=-x^2+2x+1$

, da $F'(x)=-2x+2=f(x)$

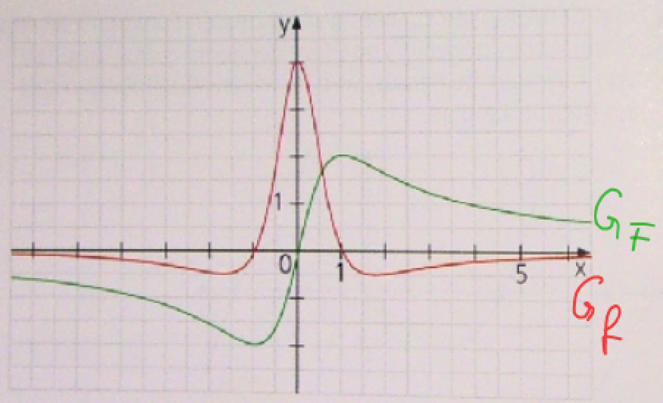
47/8

G 8. Die erste Abbildung zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f zweiten Grads. Genau zwei der drei Abbildungen ① bis ③ zeigen jeweils den Graphen einer Stammfunktion von f. Finden Sie heraus, welche beiden Abbildungen dies sind, und geben Sie eine Begründung an.



48/11

G 11. Die Abbildung zeigt den Graphen G_f einer gebrochenrationalen Funktion f sowie den Graphen G_F einer Stammfunktion von f.
Finden Sie heraus, welches der Graph G_F ist, und geben Sie eine Begründung an.



F Stammfunktion zu f,
f ist Ableitungsfunktion zu F

$F'(x) = f(x)$

F

f

S. 53/4

a) $f'(x) = x + 4x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{4}{3}x^3 + 1$

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x + \frac{4}{3} \cdot 3x^2 = x + 4x^2$

b) $f'(x) = 4 \Rightarrow f(x) = 4x$

c) $f'(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 1000$

d) $f'(x) = 2 + 0{,}5x \Rightarrow f(x) = 2x + \frac{1}{4}x^2$

53|3 a) $F(x) = x^3 - \frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow F'(x) = 3x^2 - \frac{1}{2} = f(x)$

b) $F(x) = (2x-4)^2 = 4x^2 - 16x + 16 \Rightarrow F'(x) = 8x - 16 = 8(x-2) = f(x)$

c) $F(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Rightarrow F'(x) = 3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x+1)^2 = f(x)$

53/5 $f'(x) = 2 - x + 3x^2 \Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2 + x^3 + C$ mit $C \in \mathbb{R}$

a) f mit $f(0) = 0$

$C = 0 \Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2 + x^3$

Stammfunktionen sind nicht eindeutig festgelegt. Konstante Summanden gehen beim Ableiten verloren.

b) f mit $f(2) = -3$

$-3 = 4 - 2 + 8 + C \Rightarrow f(x) = 2x - \frac{1}{2}x^2 + x^3 - 13$

$\Rightarrow C = -13$

HA S. 49/13, 14