

## Stufe 1: Summen u. Differenzen von Grundfunktionen

- a)  $\int (\frac{1}{12}x^2 - 3x^3 + 8x)dx = \frac{1}{36}x^3 - \frac{3}{4}x^4 + 4x^2 + C$   
 b)  $\int (e^x - e^{-x})dx = e^x + e^{-x} + C$   
 c)  $\int (\sin x + x^2)dx = -\cos x + \frac{1}{3}x^3 + C$   
 d)  $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2})dx = \ln x - \frac{1}{x} + C$   
 e)  $\int (\sqrt{x} + \frac{1}{4}\sqrt[6]{x})dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{3}{14}\sqrt[6]{x^7} + C$   
 f)  $\int (\sin x + x^2)dt = (\sin x + x^2) * t + C$

## Stufe 2: Die Integrandenfunktion ist die Funktion einer linearen Funktion

- a)  $\int (\sin 2t + x^2)dt = -\frac{1}{2}\cos 2t + tx^2 + C$   
 b)  $\int e^{4x} dx = \frac{1}{4}e^{4x} + C$   
 c)  $\int 2^x dx = \int e^{x \ln 2} dx = \frac{1}{\ln 2} e^{x \ln 2} + C$   
 d)  $\int \frac{1}{5}e^{4x+2} dx = \frac{1}{20}e^{4x+2} + C$   
 e)  $\int (2x + 5)^{10} dx = \frac{1}{22}(2x + 5)^{11} + C$

## Stufe 3: Zerlege den Bruchterm

- a)  $\int \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x} dx = \int \frac{2^x}{2^x} dx + \int \frac{2^{-x}}{2^x} dx = \int 1 dx + \int 2^{-2x} dx = x - \frac{1}{2 \ln 2} e^{-2x \ln 2} + C = x - \frac{1}{2 \ln 2} 2^{-2x} + C$   
 b)  $\int \frac{2x^2 + 4x - 1}{3x^2} dx = \int \frac{2}{3} x dx + \int \frac{4}{3x} dx - \int \frac{1}{3x^2} dx = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3} \ln x + \frac{1}{3}x^{-1} + C$   
 c)  $\int \frac{x^{-2} \cos x}{3} dx = \int \frac{x}{3} dx - \int \frac{2 \cos x}{3} dx = \frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{3} \sin x + C$

## Stufe 4: Der Zähler ist Ableitung des Nenners (eventuell mittels Multiplikation von Konstanten)

- a)  $\int \frac{6x^2 - 3x}{4x^3 - 3x^2} dx = \frac{1}{2} \ln |4x^3 - 3x^2| + C$   
 b)  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \ln(e^x + e^{-x}) + C$   
 c)  $\int \frac{\cos x - 1}{2(\sin x - x)} dx = \frac{1}{2} \ln |\sin x - x| + C$

## Stufe 5: Direkte Umkehrung der Kettenregel

- a)  $\int 3t^2 e^{t^3} dt = e^{t^3} + C$   
 b)  $\int x \sin(x^2 + 1) dx = -\frac{1}{2} \cos(x^2 + 1) + C$   
 c)  $\int (6x^2 - 3x) e^{4x^3 - 3x^2} dx = \frac{1}{2} e^{4x^3 - 3x^2} + C$   
 d)  $\int (6x^2 - 3x) 2^{4x^3 - 3x^2} dx = \int (6x^2 - 3x) \ln 2 e^{(4x^3 - 3x^2) \ln 2} dx = \frac{1}{2 \ln 2} e^{(4x^3 - 3x^2) \ln 2} + C = \frac{1}{2 \ln 2} 2^{4x^3 - 3x^2} + C$