

# Repetitorium Mathematik

Funktionen und ihre Eigenschaften



# Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen

- ▶ Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse:  $x=0$   
→  $(0;f(0))$
- ▶ Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse:  $y=0$   
Die Funktion  $f$  hat in  $x_0$  eine **Nullstelle**, wenn  $f(x_0) = 0$  ist. Der Graph von  $f$  schneidet die  $x$ -Achse in  $x_0$ . →  $(x_0;0)$   
Beispiele:  
 $f(x) = 0,5x - 2$  hat Nullstelle  $x_0 = 4$   
 $g(x) = 4 - x^2$  hat die Nullstellen  $x_{1/2} = \pm 2$   
 $h(x) = \sin(x)$  hat die Nullstellen  $x_k = k\pi$  mit  $k \in \mathbb{Z}$

...

# Polynomfunktionen

Die Funktion  $f : x \mapsto a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$   
mit  $a_i \in \mathbb{R}$  heißt **Polynomfunktion vom Grad  $n$** .

Nullstellen:

- ▶ Polynomfunktion vom Grad 2:

$f(x) = x^2 - 3x + 2$  hat Nullstellen  $x = 1$  und  $x = 2$

- ▶ Polynomfunktion vom Grad 3:

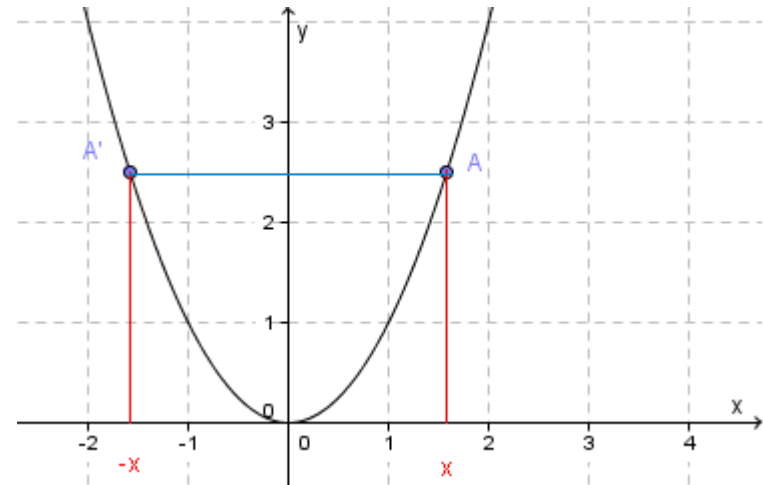
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 18$

durch Probieren  $x = 3$

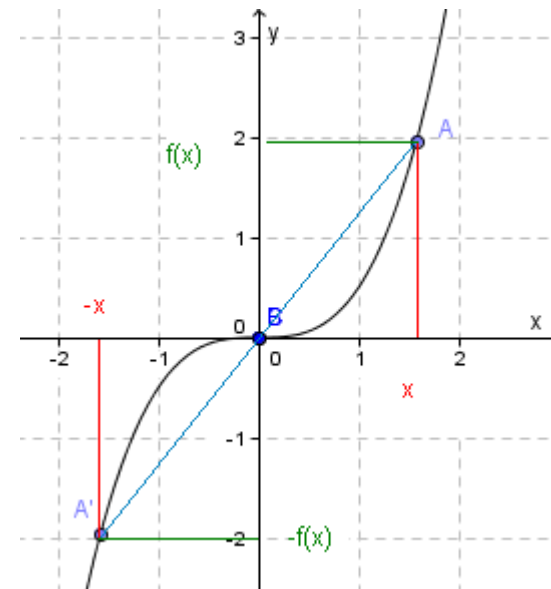
Polynomdivision  $f(x) : (x-3) = x^2 + 6$

# Symmetrie zum Koordinatensystem

- ▶ Der Graph der Funktion  $f$  ist **achsensymmetrisch zur  $y$ -Achse**, wenn  $f(-x) = f(x)$  ist.



- ▶ Der Graph der Funktion  $f$  ist **punktsymmetrisch zum Ursprung**, wenn  $f(-x) = -f(x)$  ist



# Lageveränderungen

## Verschiebung der Funktionsgraphen

▶  $g(x) = f(x) + d$

Der Parameter  $d$  bewirkt ein Verschieben des Graphen der Funktion  $f$  um  $|d|$  in Richtung der  $y$ -Achse und zwar für  $d > 0$  nach oben und für  $d < 0$  nach unten.

▶  $g(x) = f(x-c)$

Der Parameter  $c$  bewirkt ein Verschieben des Graphen der Funktion  $f$  um  $|c|$  in Richtung der  $x$ -Achse und zwar für  $c > 0$  nach rechts und für  $c < 0$  nach links.

# Lageveränderungen

## Strecken und Stauchen des Funktionsgraphen

▶  $g(x) = af(x)$

Der Parameter  $a$  bewirkt ein Strecken bzw. Stauchen des Graphen der Funktion  $f$  in Richtung der  $y$ -Achse und zwar für  $a > 1$  ein Strecken bzw. für  $0 < a < 1$  ein Stauchen.

▶  $g(x) = f(bx)$

Der Parameter  $b$  bewirkt ein Strecken bzw. Stauchen des Graphen der Funktion  $f$  in Richtung der  $x$ -Achse mit dem Faktor  $b$  und zwar für  $0 < b < 1$  ein Strecken bzw. für  $b > 1$  ein Stauchen.

# Spiegeln des Funktionsgraphen

- ▶ Für  $a = -1$  wird der Graph der Funktion  $f$  an der  $x$ -Achse gespiegelt.
- ▶ Für  $b = -1$  wird der Graph der Funktion  $f$  an der  $y$ -Achse gespiegelt.
- ▶ Für  $a = -1$  und  $b = -1$  wird der Graph der Funktion  $f$  am Ursprung gespiegelt.

Welche neuen Terme entstehen aus  $f(x)$  bei Spiegelungen des Graphen von  $f$

- ▶ an der  $x$ -Achse?  $-f(x)$
- ▶ an der  $y$ -Achse?  $f(-x)$
- ▶ am Ursprung?  $-f(-x)$

# Grenzwerte

Grenzwert am Rande der Definitionsmenge:

man betrachtet  $x \rightarrow -\infty$  bzw.  $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 4 - \frac{2}{x^2} \right) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2x - 5} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 + 2x - 7) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 \cdot \cos x)$$

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + 2^x}{2^x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{5}{2^x} + 1}{1} = \frac{0 + 1}{1} = 1$$



Danke für die Aufmerksamkeit



und

viel Spaß beim Üben!

